Teoría Electromagnética. Curso 2012.
Profesor: Ariel Moreno **Asistente:** Rodrigo Eyheralde

Práctico 5.Magnetostática.

1. Exprese el desarrollo en armónicos esféricos de la inducción magnética producida por un espira circular muy delgada que conduce una corriente I.

2. Se tiene un medio de permeabilidad μ_0 en el que hay una distribución de corriente $\vec{J}(r)$. Dicho medio se encuentra junto a otro medio de permeabilidad μ que llena el espacio dado por $z < 0$.
(a) Demuestre que para $z > 0$ se puede calcular la inducción magnética reemplazando el medio de permeabilidad μ por una densidad de corriente imagen $\vec{J}^{\star}(r)$ dada por:

$$\vec{J}^{\star}(x,y,z) = \left(\frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} J_x(x,y,-z), \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} J_y(x,y,-z), -\frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} J_z(x,y,-z) \right)$$

(b) Demuestre que para $z < 0$ la inducción magnética es como si debiera a una distribución de corriente $\frac{2\mu}{\mu+\mu_0}\vec{J}$ en un medio de permeabilidad μ_0.

3. Considere un material magnético en forma de esfera de radio a, con una imanación permanente $\vec{M}$, de módulo M_0 y paralela al eje z, que está situada en un medio no permeable.
(a) Calcule $\vec{B}$ y $\vec{H}$ en todo punto del espacio.
(b) Esboce las líneas de B y H en todo el espacio.

4.Considere un capa esférica de radio interior a y exterior b, constituida por un material de permeabilidad μ y situada en una inducción inicialmente uniforme $\vec{B}_0$.
(a) Calcule $\vec{B}$ y $\vec{H}$ en todo punto del espacio.
(b) Analice en particular el comportamiento de los campos en la región interior de la esfera ($r < a$) en el caso en que $\mu/\mu_0 >> 1$. ¿Es posible utilizar un dispositivo como este para apantallar de campos magnéticos una región del espacio?.

5.
(a) Partiendo de la expresión para la fuerza $\vec{F} = \int \vec{J}(\vec{r}) \times \vec{B}(\vec{r}) d^3r$ y del hecho de que la magnetización dentro de un volumen V limitado por una superficie S es equivalente a una densidad de corriente volumétrica $\vec{J}_M$ y una densidad superficial $\vec{K}_M$, muestre que en la ausencia de corrientes de conducción macroscópicas, la fuerza total sobre un cuerpo es:

$$\vec{F} = -\int_V (\nabla \cdot \vec{M}) \vec{B}_e dV + \int_S (\vec{M} \cdot \hat{n}) \vec{B}_e da$$

donde $\vec{B}_e$ es la inducción magnética aplicada (sin incluir la del cuerpo en cuestión).
(b) Una esfera de radio R con magnetización uniforme, centrada en el origen y cuya magnetización está orientada con ángulos θ_0 y ϕ_0 en coordenadas esféricas, está sometida a una magnetización externa de la forma $\vec{B}(x,y,z) = B_0(1+\beta x, 1+\beta y, 0)$. Use la expresión de la parte (a) para calcular la fuerza sobre la esfera.

6. Un campo magnético se debe enteramente a una distribución localizada de magnetización permanente.
(a) Pruebe que $\int \vec{B} \cdot \vec{H} dV = 0$ si la integral se realiza sobre todo el espacio.
(b) Partiendo de la expresión para la energía potencial de un dipolo en un campo externo, muestre

que para una distribución continua de de magnetización permanente, la energía puede escribirse como:

$$W = \frac{\mu_0}{2} \int \vec{H} \cdot \vec{H} dV = -\frac{\mu_0}{2} \int \vec{M} \cdot \vec{H} dV$$

más una constante aditiva que es independiente de la orientación o posición de los cuerpos magnetizados.