

Práctico 2. Imágenes. Funciones de Green. Laplace 2D

1. Considere una esfera conductora aislada de radio R y una carga q situada a una distancia $d > R$.

- (a) Calcule la fuerza entre la esfera y la carga.
- (b) Calcule la densidad inducida para $d = 2R$ y $d = 4R$.
- (c) Suponiendo ahora que la esfera tiene una carga Q , calcule la fuerza para $Q = q, Q = 2q$ y $Q = 4q$.

2. Una carga puntual q está a una distancia $d > R$ de una esfera de radio R que se encuentra a potencial constante.

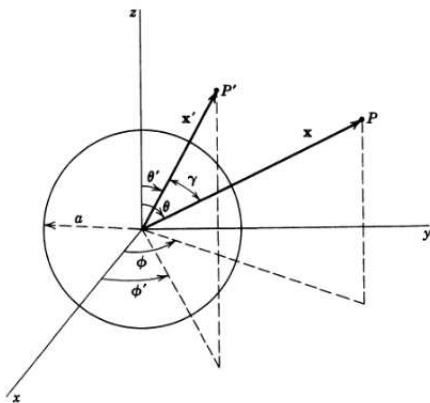
- (a) Determine el potencial fuera de la esfera.
- (b) Calcule la fuerza sobre la carga.
- (c) Grafique la fuerza sobre la carga como función de la distancia.
- (d) ¿Qué relación guarda el resultado anterior con la función trabajo de un metal?

3. Determine la función de Green para condiciones de contorno de Dirichlet en dos dimensiones y escriba la solución formal de un potencial arbitrario dado en el borde para:

- (a) un semiplano. (b) el exterior de un círculo.

4. Una esfera está compuesta por 2 semiesferas a potenciales V y $-V$ constantes.

- (a) Determine la función de Green para resolver el problema exterior.
- (b) Expresé la solución del potencial en términos de las variables que se muestran en la figura.



- (c) Calcule los primeros términos del potencial desarrollándolo en series de potencias.

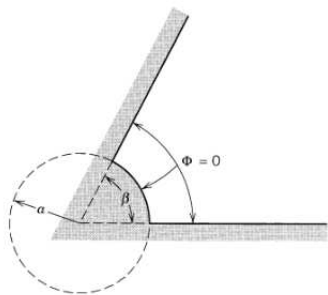
5. Las aristas de una caja bidimensional cuadrada de lado $2a$ se encuentran a potenciales fijos. Dos caras opuestas están a potenciales V_0 y $-V_0$ y las restantes a potencial 0. Determine el potencial dentro de la caja.

6. Un pozo rectangular está formado por un segmento de largo $2a$ a potencial potencial $V(x)$ y dos lado infinitos a potencial 0. Determine el potencial en el pozo si:

- (a) $V(x) = V_0$ (constante).
- (b) $V(x) = -V_0$ para $0 < x < a$ y $V(x) = V_0$ para $a < x < 2a$.

7. Un capacitor de placas paralelas infinitas (bi-dimensional) tiene un lado a potencial 0 y el otro también, salvo por un segmento de longitud $2a$, que se encuentra a potencial V_0 . Determine el potencial dentro del capacitor.

8. Considere el problema bidimensional de la figura:



- (a) Determine el potencial usando coordenadas polares.
- (b) Usando sólo los términos de menor orden calcule el campo eléctrico y las densidades de carga sobre las superficies del borde.

9. Métodos numéricos:

- (a) Resuelva los problemas 5,6 y 7 numéricamente utilizando el método de relajación. En el caso de los problemas 6 y 7, cierre la caja con tapas a potencial 0 y estudie que sucede cuando comienza a aumentar la distancia a la cara opuesta.
- (b) Compare gráficamente las soluciones numérica y analítica. Para ello utilice varios términos de la serie en la solución analítica.

10. Mapeo conforme:

- (a) Determine por mapeo conforme las equipotenciales alrededor de una línea de longitud l a potencial V_0 .
- (b) Determine las equipotenciales de un capacitor de placas paralelas semi-infinito. Grafique algunas de estas líneas.