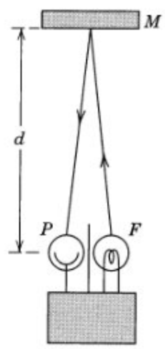
Práctico 7 - Teoría Electromagnética 2011

1) Un posible reloj es el que se muestra en la figura. Consiste de un tubo emisor F y una fotocelda P, separadas de forma que cada una ve al espejo en M, ubicado a distacia d, pero no se ven entre sí, como se muestra en la figura. El sistema es tal que cuando la fotocelda recibe un flash, el tubo emite un flash con un retraso despreciable. Por tanto en reposo el reloj hace un "tic" cada $\frac{2d}{c}$.



a) Suponga que el reloj se mueve con velocidad uniforme v, prependicular a la linea de PF a M, relativa al observador. Muestre por construcciones geométricas o algebráicas explícitas que el ebservador ve una dilatacion temporal a medida que el reloj se mueve.

b) Suponga que el reloj se mueve con una velocidad v paralela a la línea de PF a M. Verifique que aquí también el tiempo se dilata en el mismo factor que en a)

2) Usando el hecho de que la fase de una onda plana es independiente de de la velocidad del observador:

a) Muestre que la cantidad $k^\alpha = \left(\frac{\omega}{c}, \vec{k}\right)$es un cuadrivector.

b) Deduzca la formula del efecto Dopler de movimiento (i) paralelos a la dirección de $\vec{k}$ e (ii) perpendicular a la dirección de $\vec{k}$.

3) Una transformacion de Lorentz infinitesimal y su inversa pueden definirse como:

$x'^\alpha = \left(\eta^{\alpha\beta} + \epsilon^{\alpha\beta}\right) x_\beta$ y $x^\alpha = \left(\eta^{\alpha\beta} + \epsilon'^{\alpha\beta}\right) x'_\beta$ donde $\epsilon^{\alpha\beta}$ y $\epsilon'^{\alpha\beta}$son infinitesimales.

a) Mostrar que$\epsilon^{\alpha\beta} = -\epsilon'^{\alpha\beta}$ usando la definición de inversa.

b) Mostrar que$\epsilon^{\alpha\beta} = -\epsilon^{\beta\alpha}$ usando la conservacion de la norma lorentziana.

c) Chequear que $\epsilon^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & -\epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $\epsilon^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & \epsilon & 0 & 0 \\ -\epsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ definen transformaciones infinitesimales. ¿A que tipo de transofmaciones representan cada una?

4) Un cable infinito de ancho despreciable, tiene una densidad de carga uniforme $\lambda_0$en el referencial K'. El marco K' (y el cable) se mueven con una velocidad $\vec{v}$paralela a la dirección del cable con respecto al marco K del laboratorio.

a) Encuentre el campo eléctrico y magnético en coordenadas cilíndricas en K'y use las transformaciones de Lorentz para pasarlos a K

b) ¿Cuánto valen la carga y la corriente por el cable en el referencial de reposo? ¿Y en el laboratorio?

c) De la carga y la corriente en el laboratorio calcule los campos directamente y compare con (a)

5) Un capacitor de placas paralelas, en reposo en el marco S_0 e inclinado 45º con respecto al eje x_0 (y paralelo al eje z_0) posee una densidad $\pm\sigma_0$ en sus placas. El sistema S se esta moviendo en la dirección x_0 a una velocidad v relativa a S_0.

a) Encuentre $\vec{E}_0$en el marco S_0

b) Encuentre $\vec{E}$ en el marco S

c) ¿Qué ángulo forma el eje x con las placas?

d) ¿Es el campo perpendicular a las placas en S?

6) Exprese los escalares de Lorentz $F^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$, $\mathcal{F}^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$ y $\mathcal{F}^{\alpha\beta}\mathcal{F}_{\alpha\beta}$en términos de $\vec{E}$ y $\vec{B}$. Hay otros invariantes cuadráticos en los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$

7) Si el campo eléctrico y el magnéticos son perpendiculares y $\left|\vec{E}\right| \neq c\left|\vec{B}\right|$, entonces existe una tranformación de Lorentz a un marco donde alguno de los dos es cero.

a) Calcular la velocidad de dicho marco.

b) ¿Qué pasa si $\left|\vec{E}\right| = c\left|\vec{B}\right|$?

8)

a) Demostrar que la generalización covariante de la ley de Ohm es:$J^\alpha - \frac{1}{c^2}\left(U_\beta J^\beta\right)U^\alpha = \frac{g}{c}F^{\alpha\beta}U_\beta$ donde J^α es el cuadrivector corriente, U^α la cuadrivelocidad y $F^{\alpha\beta}$ el tensor de Maxwell.

b) Muestre que en el caso de un medio con velocidad $\vec{v} = c.\vec{\beta}$ con respecto a un marco inercial, entonces:

$$\vec{J} = \gamma g \left[\vec{E} + \vec{\beta} \times \vec{B} - \vec{\beta} \left(\vec{\beta}.\vec{E} \right) \right] + \rho \vec{v}$$

c) Si el medio esta descargado en el referencial de reposo, ¿cual es la densidad de carga y la expresion para $\vec{J}$ en el referencial de la parte (b)