Teoría Electromagnética. Curso 2011.
Práctico 5. Ondas Electromagnéticas. Dispersión

1. Dos ondas monocromáticas planas tienen la misma frecuencia, número de onda y amplitud pero polarizaciones circulares opuestas (es decir, izquierda y derecha). Demostrar que la superposición de las dos ondas es una onda linealmente polarizada con amplitud doble.

2. Considere dos ondas monocromáticas planas en el vacío con las mismas ω, $\mathbf{k}$ y dirección de polarización, pero distintas amplitudes y fases E_1, 0 y E_2 y ϕ respectivamente. Calcule el promedio temporal del vector de Poynting de la superposición de las dos ondas. Observe el efecto de interferencia debido a la diferencia de fases, que no ocurriria si las direcciones de polarización fueran perpendiculares.

3. La intensidad de luz solar que alcanza la Tierra es de 1300 W/m^2 aproximadamente. Calcular la presión ejercida sobre una superficie que absorba toda la radiación recibida, y sobre una superficie perfectamente reflectante. A que fracción de la presión atmosférica corresponde esto?.

4. Calcular el tensor de Maxwell para una onda monocromática plana que se mueve en la dirección z y esta polarizada en la dirección x.
Discuta. Como se relaciona el flujo de momento con el flujo de energía en este caso?

5. (a)Una onda monocromática plana linealmente polarizada incide normalmente en una placa de espesor d de un medio dieléctrico con índice de refracción n y $\mu = \mu_0$ rodeada por el vacío. Calcular los coeficientes de trasmisión y reflección. Discutir en función de d.
(b) Proceder como en (a) pero con tres medios de índices de refracción n_1, n_2 y n_3 y $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_0$. La onda incide normalmente desde el medio 1 a la placa de medio 2 y pasa al medio 3.
(c)Aplique (b) a un acuario, la onda pasa del agua ($n_2 = \frac{4}{3}$) al vidrio ($n_1 = \frac{3}{2}$) y luego al aire ($n_3 = 1$).
(d) Discutir la situación considerada en (a) pero para un medio conductor de conductividad g.

6. (a) Cierta cantidad de carga libre se coloca en un medio de vidrio con $g = 10^{-11}$ $(\Omega m)^{-1}$. Estimar el tiempo que tomará en fluir a la superficie.
(b) La plata es un excelente conductor, pero muy caro. Calcular el espesor del recubrimiento de plata mínimo conveniente para un experimento con microondas a una frecuencia de 10^{10} Hz.
(c) Calcular la velocidad y la longitud de onda de ondas de radio de 1 MHz de

frecuencia en cobre. Comparar con los valores correspondientes en el vacío.

7. (a) Pruebe que la profundidad de penetración ("skin depth") de los campos en un mal conductor ($g \ll \omega\epsilon$) es $(2/g)\sqrt{\epsilon/\mu}$ (independiente de la frecuencia). Encontrar la profundidad de penetración (en metros) para el agua.
(b) Mostrar que la profundidad de penetración en un buen conductor ($g \gg \omega\epsilon$) es $\lambda/2\pi$, donde λ es la longitud de onda en el conductor. Encontrar la profundidad de penetración (en metros) para un metal típico ($g \approx 10^7\ (\Omega m)^{-1}$) en el rango visible ($\omega \approx 10^{15} Hz$), asumiendo $\epsilon = \epsilon_0$ y $\mu = \mu_0$.
(c) Mostrar que en un buen conductor el campo magnético tiene un retraso de fase de $\pi/4$ respecto al campo eléctrico.

8. (a) Calcular el promedio temporal de la densidad de energía en una onda electromagnética plana en un medio conductor. Mostrar que la parte magnética siempre es la dominante. (Resultado: $(k^2/2\mu\omega^2)E_0^2 e^{-2kz}$).
(b) Mostrar que la intensidad es siempre $(k/2\mu\omega)E_0^2 e^{-2kz}$).

9. Para una onda plana incidente desde un medio de índice de refracción n_1 a uno de índice de refracción n_2, con $n_1 > n_2$, si el ángulo de incidencia es mayor que el *ángulo crítico*

$$\theta_C \equiv arcsen(n_2/n_1)$$

se da el fenómeno de *reflexión interna total*.
(a) Estudiar los campos en ese caso a ambos lados de la interfase para los casos de polarización perpendicular al plano de incidencia y paralela al plano de incidencia.
(b) Construir el vector de Poynting en cada caso y probar que en promedio no se trasmite energía hacia el medio 2.
Por ayuda ver Jackson Sección 7.4.

10. Encontrar el ancho de la región de dispersión anómala para el caso de una sola resonancia de frecuencia ω_0. Asuma $\gamma \ll \omega_0$. Mostrar que el índice de refracción asume sus valores máximos y mínimo en los puntos donde el coeficiente de absoeción es la mitad de su valor máximo.

11. Asumiendo amortiguamiento nulo ($\gamma_j = 0$) en el modelo de medios dispersivos estudiado en clase, calcular la velocidad de grupo de las ondas y demostrar que esta es menor que c aún cuando la velocidad de fase puede ser mayor.