Teoría Electromagnética. Curso 2010.
Práctico 7. Potenciales Retardados y Radiación.

.

1. Se considera un alambre recto infinito por el que circula una corriente $I(t) = kt$ para $t > 0$, con k constante positiva. Determinar los campos eléctrico y magnético.

2.* Se considera una densidad de corriente constante $\mathbf{J}(\mathbf{r})$, por lo que

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, 0) + \dot{\rho}(\mathbf{r}, 0)t$$

Pruebe que en este caso el campo eléctrico puede calcularse por la Ley de Coulomb, como en electrostática, con la densidad de carga evaluada a tiempo t (**no** el tiempo retardado t_R).

3.* Se considera una corriente que varía lentamente, de modo que puede aproximarse bien por los primeros dos términos de su desarrollo de Taylor

$$\mathbf{J}(t_R) \approx \mathbf{J}(t) + \dot{\mathbf{J}}(t)(t_R - t)$$

donde la dependencia en $\mathbf{r}$ se ha dejado implícita. Pruebe que en ese caso el campo magnético puede calcularse por la Ley de Biot-Savart, como en magnetostática, con la densidad de corriente evaluada a tiempo t (**no** el tiempo retardado t_R).

4. Considere una distribución de carga con simetría esférica que oscila únicamente en la dirección radial, de modo que la simetría esférica se conserva en todo instante. Demuestre que no se emite radiación.

5. (a) Determinar la resistencia de radiación del alambre que une los extremos de un dipolo, definida como la resistencia que disiparía la misma potencia por efecto Joule que la que el dipolo emite por radiación.
Respuesta: $R = 790\ (d/\lambda)^2\Omega$, donde λ es la longitud de onda y d la separación de las cargas del dipolo.
(b) Determine la resistencia de radiación de un circuito formado por una espira circular de radio a que conduce una corriente

$$I = I_0\ cos\omega t$$

.
Respuesta: $R = 3 \times 10^5\ (a/\lambda)^4\Omega$.
(c) Calcule la potencia total radiada por un dipolo de 1m de longitud a una frecuencia de 100 kHz si la corriente máxima es de 1 A y hallar la resistencia

de radiación. Calcule la potencia y resistencia de radiación para la misma corriente máxima y frecuencia en el circuito de la parte (b) con $a = 1\ m$. Compare.

6. Calcule la corriente máxima para una antena de media onda que radia a 1 kW, con una longitud de onda de 10 m. Calcular el campo eléctrico máximo a una distancia de 10 Km de la antena.

7. Considere un dipolo eléctrico **p** que gira con velocidad angular constante ω en torno a un eje perpendicular a su momento dipolar de modo que

$$\mathbf{p}(t) = p_0\ cos\omega t\ \mathbf{e}_x + p_0\ sen\omega t\ \mathbf{e}_y$$

. Determine los campos en la zona de radiación y el promedio temporal del vector de Poynting.
Sugerencia: Considere el dipolo como la superposición de dos dipolos que varían en forma sinusoidal en ángulo recto uno con respecto al otro.

8. Una partícula viaja a velocidad constante v a lo largo del eje x. Caclular la potencia que pasa a través del plano $x = a$ en el momento en que la partícula está en el orígen.

9. Una partícula de carga q_1 está en reposo en el orígen mientras otra partícual de carga q_2 viaja a velocidad constante v sobre el eje z.
(a) Encontrar la fuerza $\overrightarrow{F}_{12}(t)$ de q_1 sobre q_2 cuando q_2 está en $z = vt$.
(b) Encontrar la fuerza $\overrightarrow{F}_{21}(t)$ de q_2 sobre q_1. Vale la tercera ley de Newton?
(c) Calcular el momento lineal $\overrightarrow{p}(t)$ en el campo EM a tiempo t.(No preocuparse por los términos que no dependen de t.
(d) Mostrar que la suma de las fuerzas es igual a menos la variación del momento de los campos. Interpretar.

10. En la teoría atómica de Bohr el electrón del átomo de hidrógeno en su estado base viaja en una órbita circular de radio $5x10^{-11}m$. De acuerdo a la electrodinámica clásica este electrón debería radiar y en consecuancia decaer hacia el núcleo.
(a) Muestre que la velocidad $v << c$ en la mayor parte del trayecto y por tanto vale la fórmula de Larmor.
(b) Calcular la vida de este átomo asuemndo que cada órbita es escencilmente circular.

11. Para una carga puntual en movimiento la distribución angular de la potencia radiada está dada por $\frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2}{16\pi^2\varepsilon_0}\frac{|\hat{r}\times(\overrightarrow{u}\times\overrightarrow{a})|^2}{(\hat{r}.\overrightarrow{u})^5}$ donde $\overrightarrow{a}$, $\hat{r}$ es el versor distancia y $\overrightarrow{u} = c\hat{r} - \overrightarrow{v}$.
(a) En el caso de velocidad y aceleración colineales (al menos instantaneamente) y tomando la dirección de $\overrightarrow{v}$ como eje z, expresar la potencia por unidad de

ángulo sólido en función del ángulo al eje z.
(b) Calcular el θ_{max} en el cual se emite la mayor radiación. Mostrar que en el límite ultrarelativista ($v \sim c$), $\theta_{max} \cong \sqrt{\frac{1-\beta}{2}}$

12. Considerar la situación del ejercicio anterior, pero con la carga moviéndose en un direcció perpendicular a la aceleración. Para simplificar tomar $\overrightarrow{v}$ en el eje z y $\overrightarrow{a}$ en el eje x.
(a) Realizar los mismos cálculos que en el ejercicios 11.
(b) Chequear que la potencia P es consistente con la fórmula de Liénard.

13.* Cuando una partícula cargada se acerca o aleja de una superficie conductora, se emite radiación, asociada con el momento dipolar cambiante entre la carga y su imágen. Si la partícula tiene masa m y carga q, encuentre la potencia total radiada como función de la distancia al plano.