Teoría Electromagnética. Curso 2009.
Práctico 7. Potenciales Retardados y Radiación.

1. Se considera un alambre recto infinito por el que circula una corriente $I(t) = kt$ para $t > 0$, con k constante positiva. Determinar los campos eléctrico y magnético.

2. Se considera una densidad de corriente constante $\mathbf{J}(\mathbf{r})$, por lo que

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, 0) + \dot{\rho}(\mathbf{r}, 0)t$$

Pruebe que en este caso el campo eléctrico puede calcularse por la Ley de Coulomb, como en electrostática, con la densidad de carga evaluada a tiempo t (**no** el tiempo retardado t_R).

3. Se considera una corriente que varía lentamente, de modo que puede aproximarse bien por los primeros dos términos de su desarrollo de Taylor

$$\mathbf{J}(t_R) \approx \mathbf{J}(t) + \dot{\mathbf{J}}(t)(t_R - t)$$

donde la dependencia en $\mathbf{r}$ se ha dejado implícita. Pruebe que en ese caso el campo magnético puede calcularse por la Ley de Biot-Savart, como en magnetostática, con la densidad de corriente evaluada a tiempo t (**no** el tiempo retardado t_R).

4. Considere una distribución de carga con simetría esférica que oscila únicamente en la dirección radial, de modo que la simetría esférica se conserva en todo instante. Demuestre que no se emite radiación.

5. (a) Una espira circular de alambre de radio a que conduce una corriente

$$I = I_0 \ cos\omega t$$

forma un dipolo magnético oscilante. Determinar los campos de radiación y la potencia total radiada.
(b) Considere el mismo problema de la parte (a) pero con una corriente $I(t)$ genérica.

6. Determine la eficiencia relativa, como fuente de radiación, de un dipolo eléctrico de 2 m de longitud, comparado con un dipolo magnético del mismo diámetro a una frecuencia de 1 MHz.

7. (a) Determinar la resistencia de radiación del alambre que une los extremos de un dipolo, definida como la resistencia que disiparía la misma potencia

por efecto Joule que la que el dipolo emite por radiación.
Respuesta: $R = 790\ (d/\lambda)^2\Omega$, donde λ es la longitud de onda y d la separación de las cargas del dipolo.
(b) Determine la resistencia de radiación del circuito del problema **5.(a)**.
Respuesta: $R = 3 \times 10^5\ (a/\lambda)^4\Omega$.
(c) Calcule la potencia total radiada por un dipolo de 1m de longitud a una frecuencia de 100 kHz si la corriente máxima es de 1 A y hallar la resistencia de radiación. Calcule la potencia y resistencia de radiación para la misma corriente máxima y frecuencia en el circuito de la parte (b) con $a = 1\ m$. Compare.

8. Calcule la corriente máxima para una antena de media onda que radia a 1 kW, con una longitud de onda de 10 m. Calcular el campo eléctrico máximo a una distancia de 10 Km de la antena.

9. Considere un dipolo eléctrico $\mathbf{p}$ que gira con velocidad angular constante ω en torno a un eje perpendicular a su momento dipolar de modo que

$$\mathbf{p}(t) = p_0\ cos\omega t\ \mathbf{e}_x + p_0\ sen\omega t\ \mathbf{e}_y$$

. Determine los campos en la zona de radiación y el promedio temporal del vector de Poynting.
Sugerencia: Considere el dipolo como la superposición de dos dipolos que varían en forma sinusoidal en ángulo recto uno con respecto al otro.

10. Como un modelo de radiación cuadrupolar eléctrica se consideran dos dipolos oscilantes con momento dipolar $\mathbf{p}_1 = p_0\ cos\omega t\ \mathbf{e}_z$ y $\mathbf{p}_2 = -p_0\ cos\omega t\ \mathbf{e}_z$ según el eje z ubicados en z=d y z=-d respectivamente. Considere $d \to 0$ pero $p_0 \to \infty$ de modo que el producto $Q_0 = p_0 d$ es constante.
(a) Determinar los potenciales electromagnéticos.
(b) Hallar los campos eléctrico y magnético.
(c) Hallar el vector de Poynting y la potencia radiada.

11. (a) Demuestre que los potenciales retardados vistos en clase satisfacen la condición de Lorentz.
(b) Verifique por cálculo directo que satisfacen la ecuación de ondas con fuentes.