

**Teoría Electromagnética
Curso 2019**

Examen 3/2020

Problema 1.

En cierto referencial inercial \mathcal{S} el campo eléctrico \vec{E} y el magnético \vec{B} no son ni paralelos ni perpendiculares en cierto punto del espacio-tiempo.

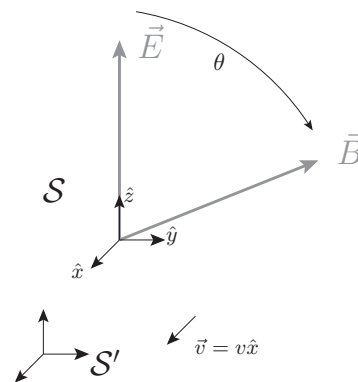
a. Muestre que en otro referencial inercial \mathcal{S}' , que se mueve con velocidad \vec{v} respecto a \mathcal{S} , si \vec{v} es tal que

$$\frac{\vec{v}}{1 + \beta^2} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2 + E^2/c^2},$$

los campos son paralelos en dicho referencial.

Aquí $\beta = v/c$, con c la velocidad de la luz en el vacío.

Sugerencia: Se pueden tomar los campos como $\vec{E} = (0, 0, E)$ y $\vec{B} = (0, \sin\theta, \cos\theta)$ y $\vec{v} = v\hat{x}$ en las coordenadas cartesianas que se muestran en la figura, y usar la expresión de transformación de los campos bajo boost.



b. ¿Puede haber un referencial en el que \vec{E} y \vec{B} sean perpendiculares? Explique.

Problema 2.

Una esfera de radio R centrada en el origen tiene una densidad de carga:

$$\rho(r, \theta) = k \frac{R}{r^2} (R - 2r) \sin \theta$$

donde k es una constante y (r, θ, ϕ) son las coordenadas esféricas usuales.

a. Calcule el primer momento multipolar esférico no nulo q_{lm} de la esfera.

$$q_{lm} = \frac{4\pi}{2\ell + 1} \int d^3r' \rho(\vec{r}') (r')^\ell Y_{\ell m}^*(\theta', \phi') \quad (r > R)$$

b. Halle la aproximación de menor orden del potencial en el eje z .