

**Teoría Electromagnética
Curso 2019**

Examen 31/7/2019

Problema 1. Una esfera conductora de radio b conectada a tierra tiene en su interior otra esfera concéntrica de radio R con densidad superficial de carga $\sigma = \sigma_0 \cos^2 \theta$, donde σ_0 es una constante y θ es el ángulo polar en coordenadas esféricas.

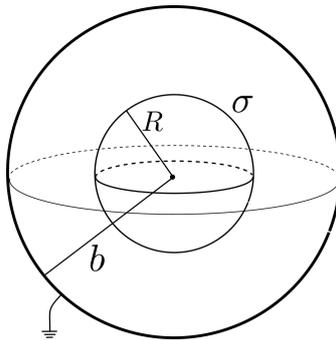


Figura 1

a. Muestre que la densidad volumétrica de carga correspondiente a la distribución superficial en la esfera interna es:

$$\rho = \sigma_0 \delta(r - R) \cos^2 \theta$$

Escriba la densidad superficial de carga en función de los polinomios de Legendre $P_\ell(\cos\theta)$ correspondientes.

b. Escriba la función de Green adecuada para el problema electrostático interior a la esfera de radio b .

c. Halle el potencial electrostático en la región $0 < r < b$.

d. Calcule la fuerza con la que la esfera interior atrae al hemisferio superior de la esfera exterior.

Problema 2. Dos cargas iguales y opuestas $\pm q$ están unidas por medio de una barra sin masa de longitud s , que gira en el plano horizontal $\hat{x} - \hat{y}$ con velocidad angular $\omega = ck$. El momento dipolar del sistema a tiempo $t = 0$ es $\vec{p}(0) = \vec{p}_0 = qs\hat{x}$.

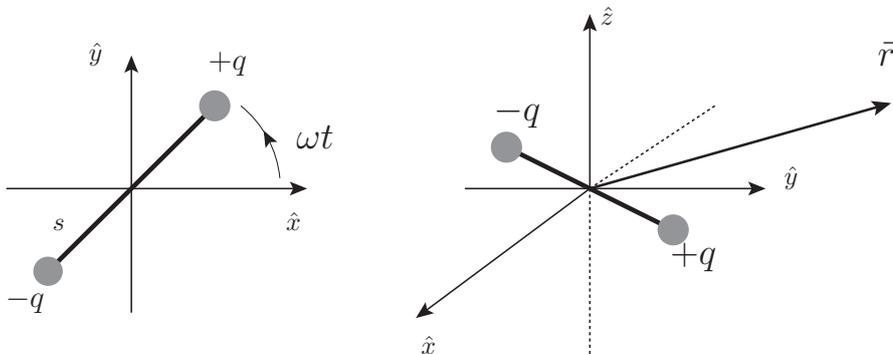


Figura 2

a. Escriba el momento dipolar del sistema $\vec{p}(t)$ para todo t en coordenadas cartesianas y en esféricas.

b. Muestre que el campo eléctrico de radiación del dipolo en $\vec{r} = (r, \theta, \phi)$ es la parte real de

$$\vec{E}_{rad}(\vec{r}) = \frac{k^2 p_0}{4\pi\epsilon_0} (\cos(\theta)\hat{e}_\theta + i\hat{e}_\phi) \frac{e^{i(kr - \omega t + \phi)}}{r}$$

Explicar por qué la fase ϕ del observador aparece en el resultado.

c. Escriba el campo \vec{E}_{rad} (real) en el eje \hat{z} . Identifique el estado de polarización de la radiación emitida en esta dirección, y comente por qué se espera este resultado físicamente.

d. Halle la tasa (promediada en el tiempo) a la que la energía es radiada por unidad de ángulo sólido $d\Omega$, y la tasa media total de energía radiada al infinito, integrando en el ángulo sólido.