

**Teoría Electromagnética
Curso 2019**

Examen 16/8/2019

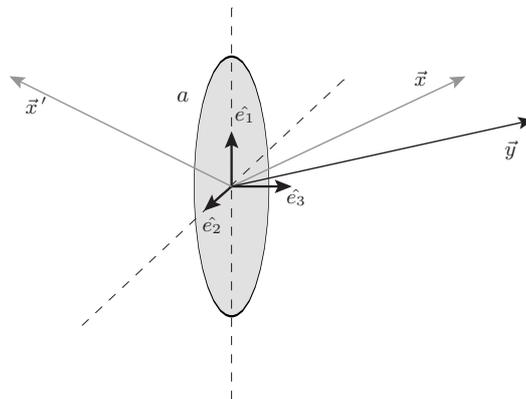
Problema 1. Considere el problema del potencial ϕ en el volumen (semiespacio) determinado por $x_3 > 0$, con condiciones de contorno de Dirichlet sobre la superficie (el plano) $x_3 = 0$ y con $\phi = 0$ en el infinito.

a. Muestre que la función de Green adecuada para el problema de Dirichlet $G_D(\vec{x}, \vec{y})$ es:

$$G_D(\vec{x}, \vec{y}) = \frac{1}{|\vec{y} - \vec{x}|} - \frac{1}{|\vec{y} - \vec{x}'|}$$

con:

$$\begin{aligned} \vec{x} &= x_1 \hat{e}_1 + x_2 \hat{e}_2 + x_3 \hat{e}_3 \\ \vec{x}' &= x_1 \hat{e}_1 + x_2 \hat{e}_2 - x_3 \hat{e}_3 \\ \vec{y} &= y_1 \hat{e}_1 + y_2 \hat{e}_2 + y_3 \hat{e}_3 \end{aligned}$$



b. Si en el plano $x_3 = 0$ se especifica el potencial de modo que $\phi = \phi_0$ en el interior de un círculo de radio a con centro en el origen y $\phi = 0$ en el exterior del mismo, halle una expresión integral para potencial en un punto P situado en \vec{x} en el semiespacio con $x_3 > 0$.

c. Demuestre que a lo largo del eje del círculo ($\vec{x} = x_3 \hat{e}_3$) el potencial viene dado por

$$\phi = \phi_0 \left(1 - \frac{x_3}{\sqrt{a^2 + x_3^2}} \right)$$

Sugerencia: plantee la integral en coordenadas cilíndricas (ρ, φ, y_3) .

Problema 2. Un cable recto de longitud infinita y espesor despreciable tiene en su referencial de reposo (K_0) una densidad lineal de carga λ_0 y transporta una corriente I_0 . Sea $\vec{I}_0 = I_0 \hat{x}$ el vector que indica la dirección del flujo de corriente en el cable. En otro referencial (K) el cable se mueve con velocidad $\vec{v} = v \hat{x}$, paralela al cable.

a. ¿Cuál es la corriente \vec{I} y la densidad lineal de carga λ que se miden en el referencial K ?

Sugerencia: partir de las expresiones para las transformaciones de Lorentz de la densidad de carga y de la densidad de corriente:

$$\rho = \gamma(\rho_0 - \vec{v} \cdot \vec{J}_0 / c^2), \quad \vec{J}_{||} = \gamma(\vec{J}_{0||} - \rho_0 \vec{v}), \quad \vec{J}_{\perp} = \vec{J}_{0\perp},$$

donde $\vec{J}_{||}$ es paralela y \vec{J}_{\perp} es perpendicular a \vec{v} .

b. Mostrar que se pueden encontrar nuevos referenciales en los que

- i-** el campo magnético del cable se reduce a cero. ¿Cuál es la velocidad con la que se debe mover el cable en este referencial? Hallar la densidad lineal de carga que produce el campo eléctrico.
- ii-** el campo eléctrico del cable se reduce a cero. ¿Cuál es la velocidad con la que se debe mover el cable en este referencial? Hallar la corriente que produce el campo magnético.

c. Explicar por qué sólo es posible tomar una de las dos opciones anteriores (no existen para un cable con I_0 y λ_0 dadas un referencial donde se anula el campo eléctrico y otro donde se anula el campo magnético).