

**Teoría Electromagnética**  
**Curso 2020**

**Examen de Agosto de 2020**

**Importante: debe elegir un sólo ejercicio para resolver.**

**Problema 1.**

Un anillo circular aislante de radio  $b$  yace en plano  $x - y$ , con su centro coincidente con el origen de coordenadas. Tiene una densidad de carga  $\lambda = \lambda_0 \sin(\varphi)$ , siendo  $\varphi$  el ángulo azimutal en el plano  $x - y$ .

a. Calcule el potencial electrostático producido por el anillo en coordenadas esféricas y obtenga explícitamente el primer orden no nulo del desarrollo multipolar del potencial del anillo en la zona lejana.

Nota: Desarrollo multipolar esférico del potencial en la zona lejana (desarrollo exterior):

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{m=+\ell} A_{\ell m} \frac{Y_{\ell m}(\theta, \varphi)}{r^{\ell+1}} \quad , \quad A_{\ell m} = \frac{4\pi}{2\ell+1} \int d^3r' \rho(\vec{r}') r'^{\ell} Y_{\ell m}^*(\theta', \varphi')$$

b. Calcule el momento dipolar eléctrico del anillo en reposo y también a tiempo  $t$  si éste rota alrededor del eje  $z$  con velocidad angular  $\omega$ .

c. Calcule la potencia instantánea radiada cuando el anillo rota alrededor del eje  $z$  con velocidad angular  $\omega$ .

**Problema 2.**

Considere un par de placas conductoras arbitrariamente grandes orientadas de manera paralela al plano  $x - y$ . En el sistema de referencia  $\mathcal{O}$  del laboratorio las placas están en reposo, no tienen carga eléctrica neta y por ellas circulan corrientes superficiales opuestas de densidad  $\vec{K} = K\hat{x}$  y  $-\vec{K}$  respectivamente.

a. Haciendo uso de la simetría del problema y asumiendo que los campos caen a cero lejos de las placas, determine el campo magnético y eléctrico en todo el espacio en el referencial del laboratorio  $\mathcal{O}$ .

b. Considere un sistema de referencia  $\mathcal{O}'$  que se mueve a velocidad  $\vec{v} = v\hat{x}$  respecto de  $\mathcal{O}$ . Determine el campo eléctrico y magnético en  $\mathcal{O}'$ . Muestre que en este referencial se observa carga superficial en las placas y calcule la densidad superficial de carga en cada una.

c. Determine la densidad de momento lineal del campo electromagnético observada en  $\mathcal{O}$  y  $\mathcal{O}'$ . ¿Cómo se interpreta la ley de conservación de la cantidad de movimiento en cada caso?

d. Usando el ejemplo anterior pruebe que el vector de Poynting  $\vec{S}$  no es la parte espacial de un cuadrivector. Es decir, pruebe por el absurdo que no existe un objeto  $S^\mu = (S_0, \vec{S})$  que transforme como cuadrivector ante transformaciones de Lorentz.