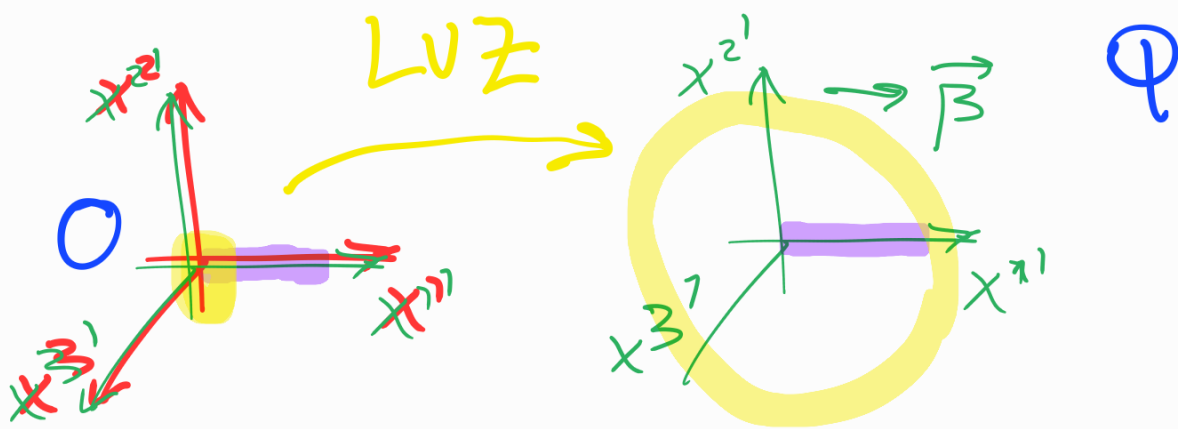


Palito que mide $\Delta x'$ en reposo en S'

Medirle el largo: mandar luz de un extremo al otro y ver cuánto tarda.

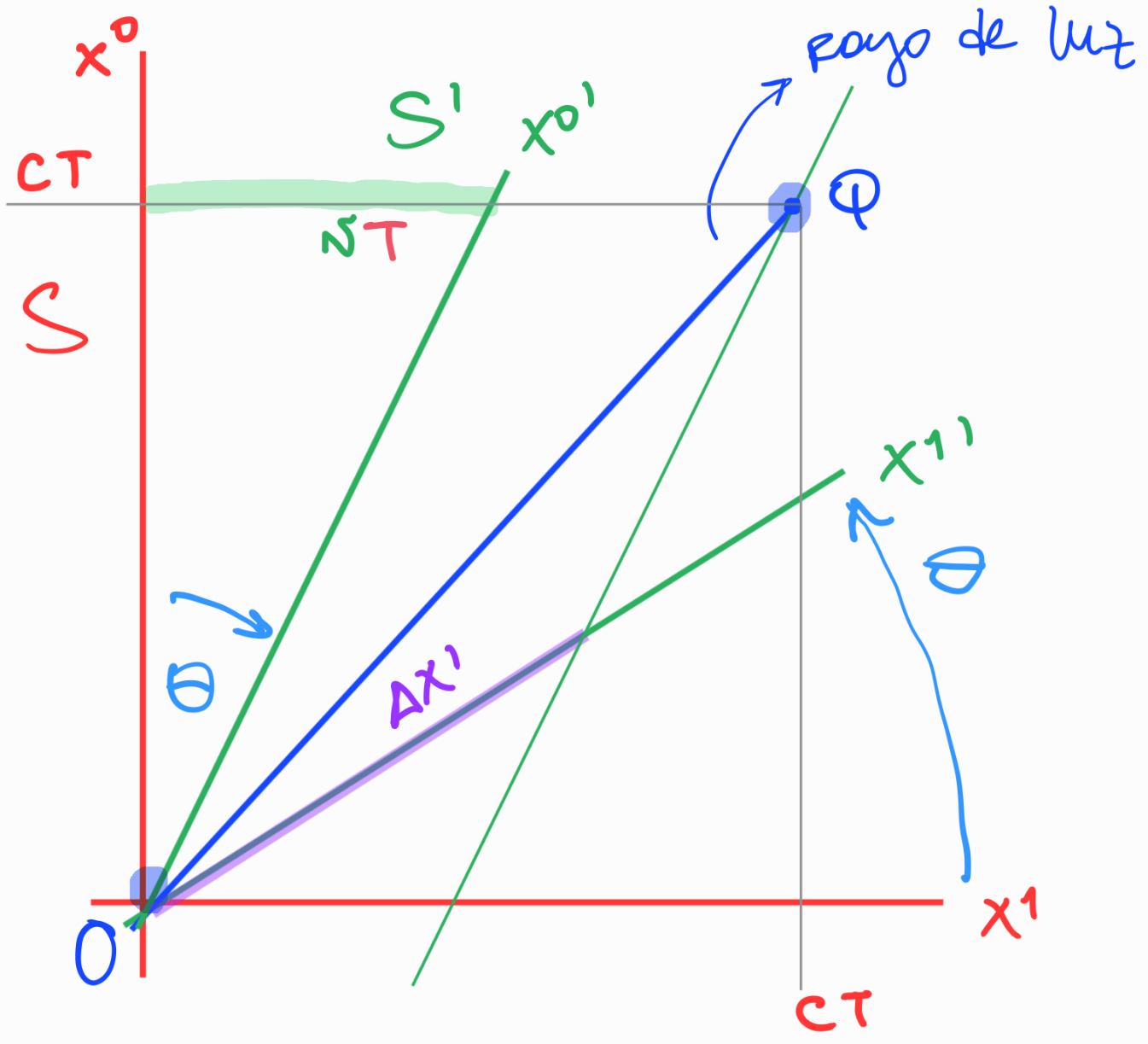
Evento O : los orígenes de S' y S coinciden con el extremo izquierdo del palito y se prende una luz.



Evento Φ : la luz llega al otro extremo del palito.

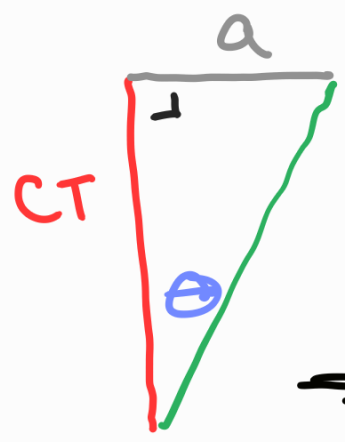
¿cuánto avanzó S' mientras la luz iba de un extremo al otro?

¡hagamos el diagrama!



¿ cuánto avanzó S' mientras la luz iba de un extremo al otro del palito?

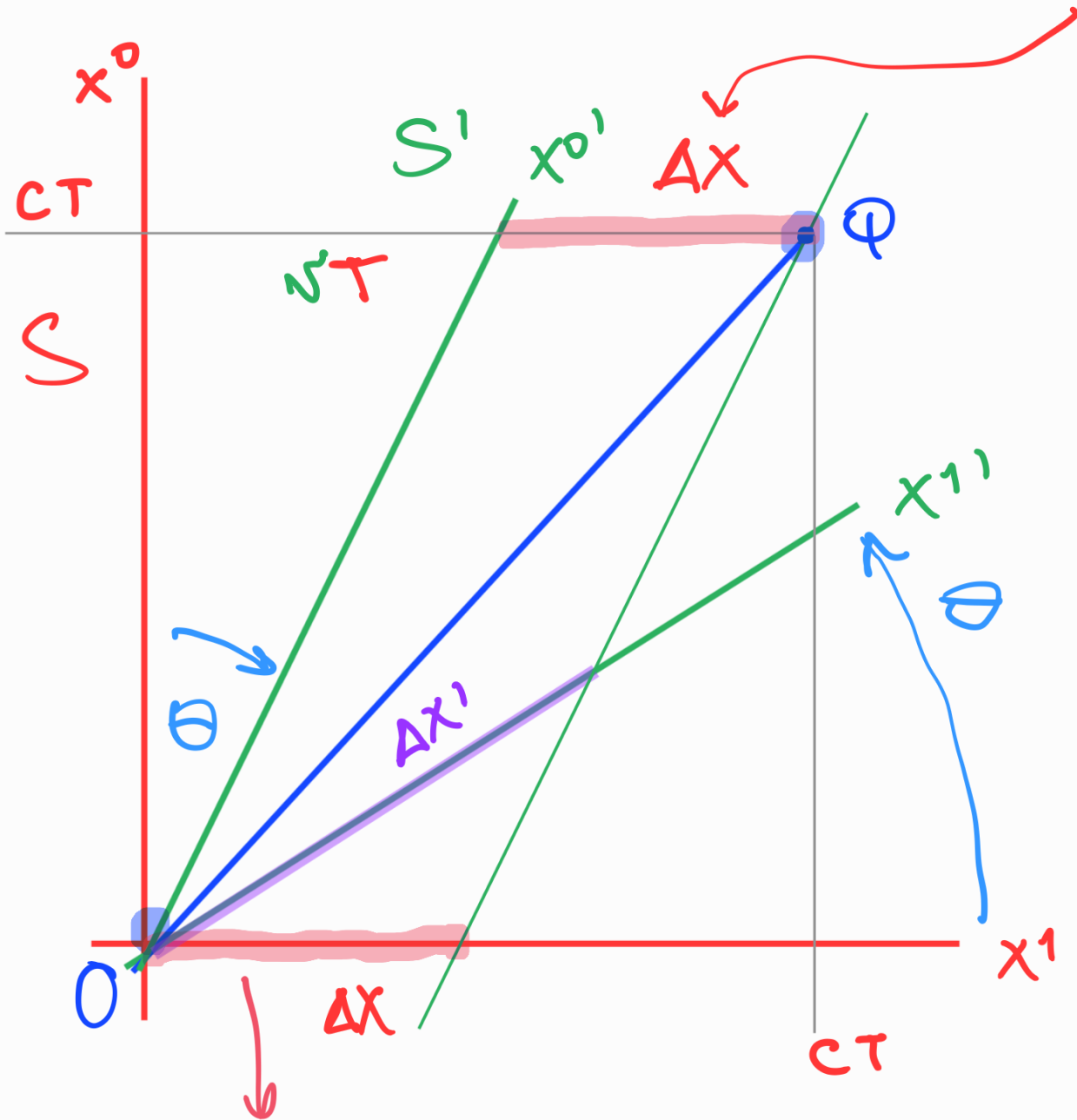
NT T : tiempo entre O y Q medido en S



$$\frac{a}{CT} = \text{tg} \theta = \beta$$

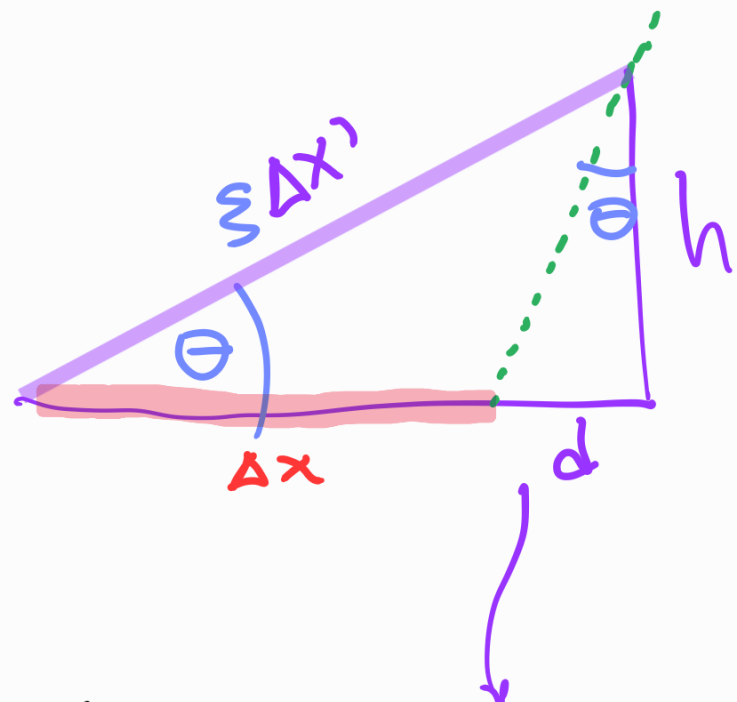
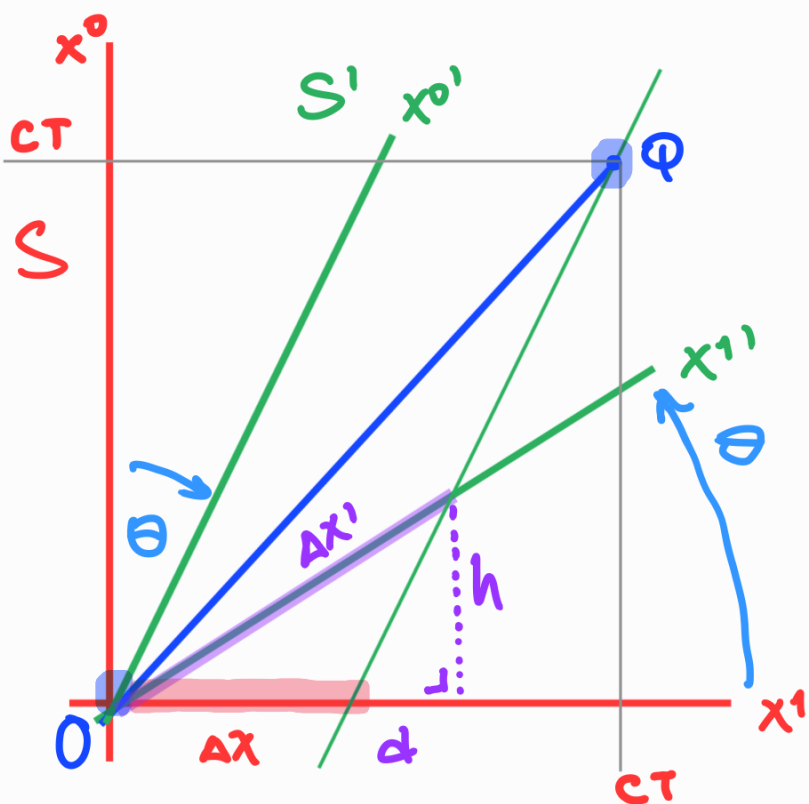
$$\Rightarrow a = CT \beta = \underline{NT}$$

El largo del palito visto en S corresponde a este intervalo ΔX



Es esta misma distancia!

Ahora usamos el factor de escala para calcular ΔX



ζ : factor de cambio de escala ("factor doppler")

$$\frac{d}{h} = \text{tg} \Theta = \beta$$

$$\zeta^2 = \frac{1 + \beta^2}{1 - \beta^2} \quad \left. \vphantom{\zeta^2} \right\} \text{"PITÁGORAS"}$$

$$h = d / \beta$$

$$\left(\zeta \Delta x' \right)^2 = \left(\Delta x + d \right)^2 + h^2$$

También

$$\frac{h}{\Delta x + d} = \beta$$

$$\Rightarrow \frac{d / \beta}{\Delta x + d} = \beta$$

$$\frac{d}{\Delta x + d} = \beta^2 \Rightarrow d(1 - \beta^2) = \beta^2 \Delta x$$

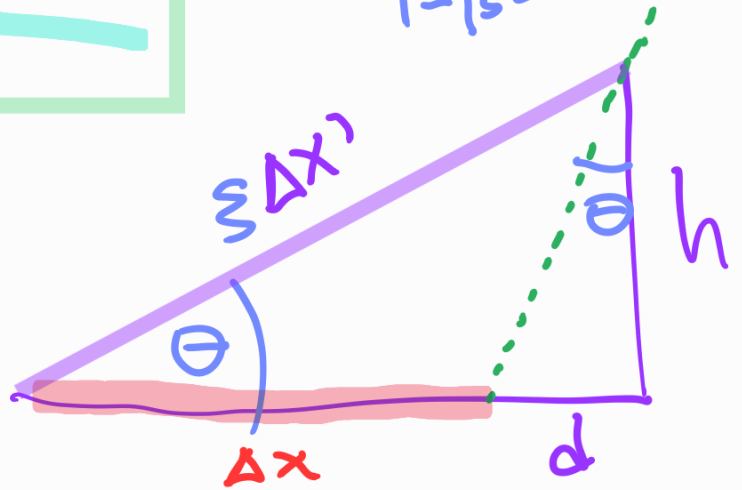
$$\Rightarrow d = \frac{\beta^2 \Delta x}{(1 - \beta^2)}$$

$$\left(\gamma \Delta x'\right)^2 = \left(\Delta x + d\right)^2 + h^2$$

$$\gamma^2 = \frac{1+\beta^2}{1-\beta^2}$$

$$d = \frac{\beta^2 \Delta x}{(1-\beta^2)}$$

$$h = \frac{d}{\beta} = \frac{\beta \Delta x}{(1-\beta^2)}$$



$$\Delta x + d = \Delta x \left(1 + \frac{\beta^2}{(1-\beta^2)}\right) = \frac{\Delta x}{(1-\beta^2)}$$

$$= \frac{\Delta x^2}{(1-\beta^2)^2} + \frac{\beta^2 \Delta x^2}{(1-\beta^2)^2} = \frac{(1+\beta^2) \Delta x^2}{(1-\beta^2)^2}$$

$$\Rightarrow \gamma^2 \Delta x'^2 = \frac{1+\beta^2}{(1-\beta^2)^2} \Delta x^2$$

$$\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2} \Delta x'^2 = \frac{1+\beta^2}{(1-\beta^2)^2} \Delta x^2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Finalmente

$$\Delta x'^2 = \frac{1}{(1-\beta^2)} \Delta x^2 = \gamma^2 \Delta x^2$$

$$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\gamma}$$

¡Contracción de la longitud!