

**Teoría Electromagnética. Curso 2013.**  
**Profesor:** Ariel Moreno **Asistente:** Rodrigo Eyheralde

**Práctico 8. Guías de Onda. Cavidades. Radiación. Difracción y Formulación Relativista.**

**1.**

- a) A partir de las ecuaciones Maxwell para campos con dependencia sinusoidal en el tiempo  $e^{-i\omega t}$ , determinar las ecuaciones que vinculan los campos longitudinales ( $E_z, B_z$ ) y transversales ( $\vec{E}_t, \vec{B}_t$ ) en una guía de onda con simetría de traslación según  $z$ .
- b) Reducir las ecuaciones anteriores para los casos de modos: TE, TM y TEM.
- c) Usar las condiciones de contorno para encontrar las ecuaciones de la componentes longitudinales suponiendo que las paredes de la guía son conductores perfectos.

**2.**

- a) Pruebe que los modos TEM no pueden propagarse en guías cuyo interior es simplemente conexo.
  - b) Pruebe que el modo  $TE_{00}$  no puede propagarse en una guía de onda rectangular.
- Sugerencia:* Probar que para este modo  $B_z$  deber ser 0 por lo que debe tratarse de un modo TEM.

**3.**

- a) Determine las frecuencias de corte de modos TE y TM de una guía rectangular de lados  $a$  y  $b$ .
- b) Considere una guía de onda rectangular con dimensiones  $2,28\text{cm} \times 1,01\text{cm}$ . ¿Qué modos TE se propagarán si la frecuencia externa es  $1,70 \times 10^7\text{Hz}$ ? Que rango de frecuencias deber usar para excitar solo un modo TE? ¿Cuáles serían las longitudes de onda correspondientes en el espacio libre?
- c) Con un trozo de esta guía se construye una cavidad de longitud 3cm. ¿Cuáles son los modos más bajos que pueden existir dentro de la cavidad?

**4.**

- a) Verificar que para una guía cilíndrica la ecuación para las componentes longitudinales de modos TE y TM conduce a una ecuación de Bessel en la coordenada radial.
- b) Determinar las frecuencias de corte para los modos TE y TM de este tipo de guías.
- c) Si se construye una cavidad con una guía de radio  $R$  y largo  $L = 2R$ , ¿cuál es el modo de menor frecuencia que puede encontrarse en dicha cavidad?

**5.** Considere una guía hecha con un cable coaxial (un conductor interior de radio  $a$  y otro exterior de radio  $b$ ). Compruebe que en esta guía sí pueden propagarse modos TEM y determínelos.  
*Sugerencia:* utilice el paralelismo entre las ecuaciones encontradas para los campos y las soluciones conocidas para campos electrostáticos y magnetostáticos generados por líneas infinitas.

**6.** Considere una distribución de carga con simetría esférica que oscila únicamente en la dirección radial, de modo que la simetría esférica se conserva en todo instante. Demuestre que no se emite radiación.

**7.** Una espira circular de alambre de radio  $a$  que conduce una corriente  $I = I_0 \cos(\omega t)$  forma un dipolo magnético oscilante. Determine los campos de radiación y la potencia total radiada.

**8.** Considere un dipolo eléctrico  $\vec{p}$  que gira con velocidad angular constante  $\omega$  en torno a un eje perpendicular a su momento dipolar de modo que:

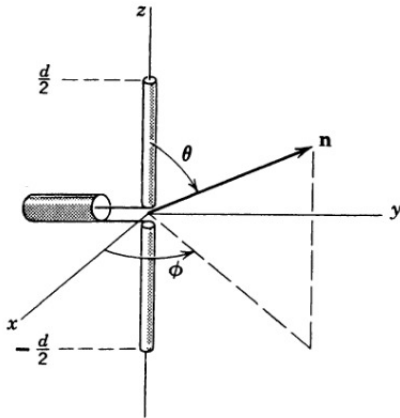
$$\vec{p}(t) = p_0 \cos(\omega t) \hat{e}_x + p_0 \sin(\omega t) \hat{e}_y$$

Determine los campos en la zona de radiación y el promedio temporal del vector de Poynting.  
*Sugerencia:* Considere el dipolo como la superposición de dos dipolos que varían en forma sinusoidal en ángulo recto uno con respecto al otro.

9. En la antena de la figura, se puede aproximar la densidad de corriente como:

$$\vec{J}(\vec{r}) = I_0 \text{sen} \left( \frac{kd}{2} - k|z| \right) \delta(x) \delta(y) \hat{z}$$

- a) Determine los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  para este caso.  
 b) Calcule el promedio temporal del vector de Poynting y compare la distribución de frecuencia en los casos  $kd \gg 1$ ,  $kd = \frac{\pi}{2}$  y  $kd = \pi$  con la componente dipolar.



10. Partiendo de la ecuación de ondas para las componentes de  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  y usando el método de Green, deduzca la fórmula de Kirchoff para la difracción escalar. Utilice dicha teoría para estudiar el problema de un campo de radiación incidiendo en:

- a) una superficie con un orificio rectangular de lados  $a$  y  $b$ . ¿Qué dimensiones debe tener la ventana para que se pueda observar un partón de difracción con luz visible (del orden de 500 nm)?  
 b) una superficie con un orificio circular de radio  $R$ . En este caso límitese a estudiar los campos en el eje del orificio cilíndrico.

*Nota:* por el estudio de este problema fuera del eje, consultar *Jackson 3ra ed, Sección 10.9*

11. Utilizando las ecuaciones de transformación de campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  bajo transformaciones de Lorentz, determine los campos generados por:

- a) una carga puntual  $q$  a velocidad  $\vec{v}$ .  
*Sugerencia:* parta de un marco de referencia con la carga puntual en reposo.  
 b) un capacitor de placas paralelas cargado con carga  $Q$  que se mueve a velocidad  $\vec{v}$  paralela a sus placas.  
 c) un capacitor de placas paralelas cargado con carga  $Q$  que se mueve a velocidad  $\vec{v}$  perpendicular a sus placas.