

**Teoría Electromagnética. Curso 2013.**  
**Profesor:** Ariel Moreno **Asistente:** Rodrigo Eyheralde

**Práctico 6. Leyes de Conservación.**

1. Considere un capacitor de placas paralelas circulares de radio  $a$  separadas una distancia  $d \ll a$  a cuyos centros se conectan alambres rectilíneos perpendiculares a las placas con corriente  $I$ . Asuma que la densidad de corriente en las placas es tal que la densidad de carga superficial es siempre uniforme y nula inicialmente.

- (a) Calcule el campo eléctrico entre las placas como función del tiempo.
- (b) Calcule la corriente de desplazamiento a través de un círculo de radio  $s$  contenido en un plano paralelo a las placas a medio camino entre estas. Calcule el campo magnético en ese plano como función de  $s$  usando como curva de Ampère ese círculo y la superficie plana expandida por el.
- (c) Calcule el vector de Poynting entre las placas y el flujo neto de energía hacia el volumen entre las mismas.

2. (a) Partiendo del tensor de Maxwell  $T_{ij}$  para un problema electrostático, determine la densidad de flujo de momento a través de una superficie si:

- (I) la normal es paralela a campo  $\vec{E}$ .
- (II) La normal es perpendicular al campo  $\vec{E}$ .
- (b) Determine la fuerza sobre uno de los hemisferios de una esfera sólida uniformemente cargada usando el tensor de Maxwell.
- (c) Calcule la fuerza de atracción magnética entre el hemisferio superior e inferior de una cáscara esférica de radio  $R$  con densidad uniforme superficial de carga  $\sigma$  que gira a velocidad angular  $w$ .

3. Considere un capacitor formado por dos placas paralelas infinitas con la placa inferior en  $z = -d/2$  y densidad de carga  $-\sigma$  y la superior en  $z = d/2$  y densidad de carga  $\sigma$ .

- (a) Determine el tensor de tensiones de Maxwell entre las placas.
- (b) Calcule la fuerza por unidad de área en la placa superior a partir de (a). (c) Calcule la cantidad de movimiento por unidad de área y por unidad de tiempo a través del plano  $xy$ .
- (d) A partir de la cantidad de movimiento que absorben las placas calcule nuevamente la fuerza por unidad de área.

4. Partiendo de la ley de conservación para la cantidad de movimiento, demuestre que:

$$\frac{d}{dt} \int_V \mathcal{L}_{mec} + \mathcal{L}_{em} dV + \int_S \hat{n} \cdot M da = 0$$

donde  $\mathcal{L}_{mec} = \vec{r} \times \vec{\mathcal{P}}_{mec}$ ,  $\mathcal{L}_{em} = \vec{r} \times \vec{\mathcal{P}}_{em}$  y  $M = T \times \vec{r}$ .

Nota: se entiende  $(\hat{n} \cdot M)_j = \sum n_i M_{ij}$ .

5. Considere un solenoide largo de radio  $R$ ,  $n$  vueltas por unidad de longitud y corriente  $I$ , y dos superficies cilíndricas coaxiales con el solenoide y de longitud  $l$ . Una de estas superficies cilíndricas, de radio  $a$  esta dentro del solenoide con una carga  $Q$  uniformemente distribuida sobre su superficie, mientras que la otra esta fuera del solenoide con una carga  $-Q$ .

- (a) Calcule el momento angular del campo electromagnético.
- (b) La corriente se disminuye gradualmente hasta cero, y los cilindros comienzan a rotar. Calcule el momento angular ganado por los cilindros. Discuta.

6. Se considera una esfera de hierro de radio  $R$  con carga  $Q$  y magnetización  $\mathbf{M} = M\mathbf{e}_z$ . La esfera esta inicialmente en reposo.

- (a) Calcule el momento angular total del campo electromagnético.
- (b) Suponga que la esfera es gradual y uniformemente desmagnetizada. Calcule el campo eléctrico inducido, el torque que este ejerce en la esfera y de ahí el momento angular total ganado por la esfera durante el proceso.
- (c) Suponga en cambio que la esfera se descarga. Use la ley de Lorentz para calcular el torque en la esfera y de ahí el cambio en su momento angular.

7. Considere un modelo del electrón como un cascarón esférico uniformemente cargado con carga  $e$  y radio  $R$  girando con velocidad angular  $\omega$ .

- (a) Calcule la energía total contenida en los campos.
- (b) Calcule el momento angular total del campo electromagnético.
- (c) Suponga que la masa del electrón es de origen electromagnético en su totalidad  $m_e c^2 = U_{em}$  y que esto también es cierto para su momento angular  $L = \hbar/2$ . Determine el radio y la velocidad angular del electrón, y su producto. Discuta.